

**B.A./B.Sc./B.Ed. (Part-I)**

**159-III**

**B.A./B.Sc./B.Ed. (Four Year Scheme) (Part-I)  
Examination, 2021**

Paper-B.A./B.Sc./B.Ed. 05/06/07 (G-B)

**MATHEMATICS-III**

(Analytic Geometry & Optimization Theory)

**Time Allowed : 3 Hours**

**Maximum Marks : 40 for Science**

**समय : 3 घण्टे**

**54 for Arts**

**Note :**

- (1) No supplementary answer-book will be given to any candidate. Hence the candidates should write their answers precisely in the main answer-book only.
- (2) All the parts of one question should be answered at one place in the answer-book. One complete question should not be answered at different places in the answer-book.
- (3) Attempt five questions in all, selecting one question from each Unit. All questions carry equal marks.
- (4) Write your roll number on question paper before start writing answers of questions.

**सूचना :**

- (1) किसी भी परीक्षार्थी को पूरक उत्तर-पुस्तिका नहीं दी जाएगी। अतः परीक्षार्थियों को चाहिए कि वे मुख्य उत्तर-पुस्तिका में ही समस्त प्रश्नों के उत्तर सही ढंग से लिखें।
- (2) किसी भी एक प्रश्न के अन्तर्गत पूछे गए विभिन्न प्रश्नों के उत्तर, उत्तर-पुस्तिका में अलग-अलग स्थानों पर हल करने के बजाय एक ही स्थान पर हल करें।
- (3) प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न का चयन करते हुए, कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।
- (4) प्रश्नों के उत्तर लिखने से पूर्व प्रश्न-पत्र पर रोल नम्बर अवश्य लिखिए।

## UNIT-I (इकाई-I)

1. (a) In any conic prove that sum of the reciprocal of two perpendicular focal chords is constant.

सिद्ध कीजिए कि किसी शंकु में किन्हीं दो लम्बवत् नाभीय जीवा के व्युत्क्रमों का योग अचर होता है।

- (b) Prove that the line  $\frac{l}{r} = A \cos \theta + B \sin \theta$  will touch the conic  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$  if  $(A - e)^2 + B^2 = 1$ .

सिद्ध कीजिए कि रेखा  $\frac{l}{r} = A \cos \theta + B \sin \theta$  शंकु  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$  को स्पर्श करेगी, यदि  $(A - e)^2 + B^2 = 1$ .

2. (a) Show that the common tangent of the ellipse  $\frac{l}{r} = 1 - e \cos \theta$  and  $\frac{l}{r} = 1 - e \sin \theta$  subtend an angle  $2 \sin^{-1} \left( \frac{e}{\sqrt{2}} \right)$  at the focus.

सिद्ध कीजिए कि दीर्घवृत्त  $\frac{l}{r} = 1 - e \cos \theta$  तथा  $\frac{l}{r} = 1 - e \sin \theta$  की उभयनिष्ठ स्पर्श रेखाओं द्वारा नाभि पर बना कोण  $2 \sin^{-1} \left( \frac{e}{\sqrt{2}} \right)$  होता है।

- (b) Find the locus of the pole of a chord of the conic  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$  which subtends a constant angle  $2\alpha$  at the focus.

शंकु  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$  की जीवाओं के ध्रुव का बिन्दुपथ ज्ञात कीजिए जो शंकु के नाभि पर अचर कोण  $2\alpha$  अन्तरित करती है।

## UNIT-II (इकाई-II)

3. (a) A sphere of constant radius  $r$  passes through the origin  $O$  and cuts the axes in  $A$ ,  $B$ ,  $C$ . Prove that the locus of the feet of perpendicular drawn from  $O$  to the plane  $ABC$  is given by :

$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 (x^{-2} + y^{-2} + z^{-2}) = 4r^2.$$

अचर त्रिज्या  $r$  का एक गोला मूल बिन्दु  $O$  से गुजरता है और निर्देशाक्षों को  $A, B, C$  पर काटता है। सिद्ध कीजिए कि  $O$  से समतल  $ABC$  पर खींचे गये लंब के पाद का बिन्दुपथ होगा :

$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 (x^{-2} + y^{-2} + z^{-2}) = 4r^2.$$

- (b) Find the equations of the tangent planes to the sphere

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z - 7 = 0$$

which intersect in the line

$$6x - 3y - 23 = 0 = 3z + 2.$$

गोले

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z - 7 = 0$$

के उन स्पर्श समतलों के समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखा

$$6x - 3y - 23 = 0 = 3z + 2$$

में प्रतिच्छेदित करते हैं।

4. (a) Find equation of cone whose vertex is  $(\alpha, \beta, \gamma)$  and base is  $ax^2 + by^2 = 1, z = 0$ .

उस शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष  $(\alpha, \beta, \gamma)$  और आधार  $ax^2 + by^2 = 1, z = 0$  है।

- (b) Prove that the plane  $ax + by + cz = 0$  cuts the cone  $yz + zx + xy = 0$  in perpendicular lines if,

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0.$$

सिद्ध कीजिए कि समतल  $ax + by + cz = 0$  शंकु  $yz + zx + xy = 0$  को लम्ब रेखाओं में काटता है, यदि,

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0.$$

### UNIT-III (इकाई-III)

5. (a) Find the equation of a cylinder, which envelopes the conicoid  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$  and whose generators are parallel to the line with direction cosines  $l, m, n$ .

शांकवज  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$  के अन्वालोपी बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी जनक रेखाएँ उस रेखा के समान्तर हैं, जिसकी दिक् कोज्याएँ  $l, m, n$  हैं।

- (b) Find the equation of the right circular cylinder whose guiding curve is  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ ,  $x - y + z = 3$ .

उस लम्बवृत्तीय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका निर्देशक वक्र  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ ,  $x - y + z = 3$  है।

6. (a) Prove that the locus of the foot of perpendicular drawn from the centre of the ellipsoid  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$  to any of its tangent planes is :

$$a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2 = (x^2 + y^2 + z^2)^2.$$

सिद्ध कीजिए कि दीर्घवृत्तज  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$  के किसी स्पर्शी समतल पर केन्द्र से डाले गये लम्ब के पाद का बिन्दुपथ निम्न है :

$$a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2 = (x^2 + y^2 + z^2)^2.$$

- (b) Find the length of normal chord through the point  $P(\alpha, \beta, \gamma)$  of the ellipsoid  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ .

दीर्घवृत्तज  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$  के बिन्दु  $P(\alpha, \beta, \gamma)$  पर खींचे गए अभिलम्ब जीवा की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

#### UNIT-IV (इकाई-IV)

7. (a) Find the equations to the generating lines of the hyperboloid  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1$  which pass through the point  $(2, 3, -4)$ .

अतिपरवलयज  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1$  के बिन्दु  $(2, 3, -4)$  से गुजरने वाली जनक रेखाओं के समीकरण ज्ञात कीजिए।

- (b) Prove that the locus of the point of intersection of perpendicular generators is the curve of intersection of the hyperboloid and the director sphere.

सिद्ध कीजिए कि लम्ब जनकों के प्रतिच्छेद बिन्दु का बिन्दुपथ नियामक गोला और अतिपरवलयज का प्रतिच्छेदी वक्र होता है।

8. (a) Find the principal planes and principal directions of the following conicoid :

निम्न शांकवज की मुख्य दिशाएँ एवं मुख्य समतल ज्ञात कीजिए :

$$8x^2 + 7y^2 + 3z^2 - 8yz + 4zx - 12xy + 2x - 8y + 1 = 0.$$

- (b) Find the centre of the following conicoid :

निम्न शांकवज का केन्द्र ज्ञात कीजिए :

$$2x^2 + 20y^2 + 18z^2 - 12yz + 12xy + 22x + 6y - 2z - 2 = 0.$$

### UNIT-V (इकाई-V)

9. (a) Prove that the intersection of two convex sets is also a convex set.

सिद्ध कीजिए कि दो अवमुख समुच्चयों का सर्वनिष्ठ भी एक अवमुख समुच्चय होता है।

- (b) Find all the basic feasible solutions for the equation and write extreme point solution : <https://www.uoronline.com>

निम्न समीकरणों के लिए सभी आधारित सुसंगत हलों को ज्ञात कीजिए एवं चरम बिन्दु हल लिखिए :

$$2x_1 + 6x_2 + 2x_3 + x_4 = 3$$

$$6x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 2$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0.$$

10. (a) Show that  $x_1 = 4$ ,  $x_2 = 0$ ,  $x_3 = 0$  and  $x_4 = 4$  is the optimal basic feasible solution to the following linear programming problem :

सिद्ध कीजिए कि  $x_1 = 4$ ,  $x_2 = 0$ ,  $x_3 = 0$  तथा  $x_4 = 4$  निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या का इष्टतम हल है :

Max. (अधिकतम)

$$Z = x_1 + 2x_2$$

S.t. (प्रतिबन्ध)

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 4$$

$$x_1 + 4x_2 + x_4 = 8$$

and (तथा)

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0.$$

- (b) Prove that dual of dual of a primal problem is the primal.

सिद्ध कीजिए कि किसी आद्य समस्या के द्वैती की द्वैती आद्य समस्या ही होती है।

\*\*\*\*\*

<https://www.uoronline.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से