

Attempt Five question in all, selectin ONE question from each Unit. All question carry equal marks.

प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न का चयन करते हुए, कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

UNIT I (इकाई I)

- 1.(a) In usual notations, evaluate $\left(\frac{\Delta^2}{E}\right)x^2$.

rtuonline.com

सामान्य संकेतन में $\left(\frac{\Delta^2}{E}\right)x^2$ का मान ज्ञात कीजिये।

- (b) Using differences, find the first term of the series whose second and subsequent terms are 8, 3, 0, 1, 0.

अंतरों का प्रयोग करते हुए उस श्रेणी का प्रथम पद ज्ञात कीजिये जिसका द्वितीय तथा बाद का पद 8, 3, 0, 1, 0 हैं।

- (c) The population of a town in the decennial census was as given below. Estimate the population in the year 1955.

एक कस्बे की दस वर्षीय जनगणना निम्नानुसार है। वर्ष 1955 के लिये जनसंख्या का अनुमान लगाइये।

Year(वर्ष)	1951	1961	1971	1981	1991
Population in thousands (जनसंख्या हजारों में)	46	66	81	93	101

- 2.(a) The following values of the function $f(x)$ for values of x are given as

$f(1) = 4, f(2) = 5, f(7) = 5, f(8) = 4$. Use Lagrange's formula to find

the value of $f(6)$.

x के मानों के लिए $f(x)$ के मान दिये गये हैं $f(1) = 4, f(2) = 5, f(7) = 5,$

$f(8) = 4$ लाग्रान्ज सूत्र का प्रयोग कर $f(6)$ का मान ज्ञात कीजिये।

- (b) If $f(x_1), f(x_2)$ and $f(x_3)$ are value of $f(x)$ near an extreme point \bar{x} , them with the help of divided difference formula prove that:-

यदि $f(x_1), f(x_2)$ तथा $f(x_3)$ चरम बिन्दु \bar{x} के निकट $f(x)$ के मान हों, तो विभाजित अंतर सूत्र की सहायता से सिद्ध कीजिये कि:-

$$\frac{\bar{x}}{x} \approx \frac{x_1 + 2x_2 + x_3}{4} - \frac{f(x_1, x_2) + f(x_2, x_3)}{4f(x_1, x_2, x_3)}$$

rtuonline.com

UNIT II (इकाई II)

- 3.(a) With usual notations, prove that:-

सामान्य संकेतनों से सिद्ध कीजिये कि:-

$$\Delta \nabla \equiv \Delta - \nabla \equiv \delta^2$$

rtuonline.com

- (b) Use Stirling's central difference interpolation formula to find y_{28} , given:-

स्टर्लिंग के केन्द्रीय अंतर अन्तर्वेशन सूत्र द्वारा y_{28} ज्ञात कीजिये जबकि दिया हुआ है-

$$y_{20} = 49225, y_{25} = 48316, y_{30} = 47236, y_{35} = 45926, y_{40} = 44306$$

- (c) Use Bessel's formula to find $f(35)$, given:-

बेसल सूत्र द्वारा $f(35)$ का मान ज्ञात कीजिये, जबकि दिया हुआ है:-

$$f(20) = 512, f(30) = 439, f(40) = 346, f(50) = 243$$

- 4.(a) Using divided difference find value of $f'(8)$ given that:-

विभाजित अंतर का प्रयोग से $f'(8)$ का मान ज्ञात कीजिये, दिया है-

x	6	7	9	12
$f(x)$	1.556	1.690	1.908	2.158

rtuonline.com

- (b) Use Simpson's 3/8 rule to evaluate following integral:

सिम्पसन के 3/8 नियम से निम्न समाकल का मान ज्ञात कीजिये:

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$$

- (c) Use Gauss's three point quadrature formula to compute the following integral:-

तीन बिन्दुओं वाले गॉस क्षेत्रकलन सूत्र का उपयोग करके निम्न समाकल का अभिकलन कीजिये:

$$\int_{-12}^{12} \frac{dx}{24+x}$$

UNIT III (इकाई III)

- 5.(a) Find the solution of the following system of equations by Gauss's elimination method:-

गॉस विलोपन विधि से निम्न समीकरणों के निकाय का हल ज्ञात कीजिये:-

$$5x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4,$$

$$x_1 + 7x_2 - x_3 + x_4 = 8,$$

$$x_1 + x_2 + 6x_3 + x_4 = -5,$$

$$x_1 + x_2 + 6x_3 + x_4 = -6$$

- (b) Find the solution of the following system of equations upto fourth order approximation by Jacobi's iterative method:-

निम्न समीकरण निकाय का जैकोबी पुनरावृत्ति विधि द्वारा चतुर्थ सन्निकटन तक हल ज्ञात कीजिये:-

rtuonline.com

$$27x + 6y - z = 85,$$

$$6x + 15y + 2z = 72,$$

$$x + y + 54z = 110$$

- 6(a) Using Picard's method obtain a solution upto third approximation of the following differential equation:-

निम्न अवकल समीकरण का पिकार्ड विधि द्वारा तृतीय सन्निकटन तक हल ज्ञात कीजिये:-

$$\frac{dy}{dx} = 2 - \frac{y}{x}$$

rtuonline.com

Where $y = 2$ when $x = 1$ (जहाँ $y = 2$ जबकि $x = 1$ है।)

- (b) Using Euler's modified method, find the solution of the differential equation

$$\frac{dy}{dx} = -xy^2, \quad y(0) = 2 \quad \text{at } x = 0.2 \quad \text{when step size is } 0.1.$$

ऑयलर संशोधित विधि द्वारा अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = -xy^2, y(0) = 2$ का हल $x = 0.2$ पर ज्ञात कीजिये, जहाँ पद लम्बाई 0.1 है।

Unit-IV (इकाई IV) .

- 7.(a) If $\vec{r} \times \frac{d\vec{r}}{dt} = 0$, then show that \vec{r} is a constant vector.

यदि $\vec{r} \times \frac{d\vec{r}}{dt} = 0$, तो प्रदर्शित कीजिये कि \vec{r} एक अचर सदिश है।

- (b) In what direction at the point $(2, 1, -1)$ is the directional derivative of $f = x^2yz^2$ maximum and what is its magnitude?

बिन्दु $(2, 1, -1)$ पर किस दिशा में फलन $f = x^2yz^2$ का दिक् अवकलज अधिकतम है तथा इसका परिमाण क्या है?

rtuonline.com

- (c) For two vector \vec{a} and \vec{b} , prove that:-

दो सदिशों \vec{a} तथा \vec{b} के लिये सिद्ध कीजिये कि:-

$$\text{div}(\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{b} \cdot \text{curl} \vec{a} - \vec{a} \cdot \text{curl} \vec{b}$$

- 8.(a) Apply Stokes theorem to prove that $\text{div} \text{curl} F = 0$

स्टोक्स प्रमेय का प्रयोग कर सिद्ध कीजिये कि $\text{div} \text{curl} F = 0$

- (b) Using Gauss's theorem evaluate $\int_S f \cdot \hat{n} dS$, where $F = xi - yj + (z^2 - 1)k$ and S is the cylinder formed by the surface $z = 0, z = 1, x^2 + y^2 = 4$.

यदि $F = xi - yj + (z^2 - 1)k$ तथा S ऐसा बेलन है जो $z = 0, z = 1$ तथा $x^2 + y^2 = 4$

द्वारा बनाया गया हो तो गॉस प्रमेय के प्रयोग से $\int_S f \cdot \hat{n} dS$ का मान ज्ञात कीजिये।

- (c) Apply Green's theorem to evaluate

$$\int_C [(2x^2 - y^2)dx + (x^2 + y^2)dy]$$

where C is the boundary of the surface in the xy -plane enclosed by the

x -axis and the semi circle $y = \sqrt{1-x^2}$. (764)

ग्रीन प्रमेय के द्वारा समाकल $\int_C [(2x^2 - y^2)dx + (x^2 + y^2)dy]$ का मान ज्ञात कीजिये

जबकि, C, xy समतल में x -अक्ष तथा अर्द्धवृत्त $y = \sqrt{1-x^2}$ से घिरा हुआ पृष्ठ है।